О p-СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ФАКТОРИЗУЕМОЙ ГРУППЫ С НОРМАЛЬНЫМИ СОМНОЖИТЕЛЯМИ

И.К. Чирик

Гомельский инженерный институт МЧС Республики Беларусь
проспект Речицкий 35а, 246023 Гомель, Беларусь chyrykira@mail.com

В конечной группе произведение двух нормальных сверхразрешимых подгрупп в общем случае не является сверхразрешимой подгруппой. Соответствующие примеры хорошо известны [1, стр. 159-160]. Поэтому для получения сверхразрешимости конечной группы $G = AB$ с нормальными сомножителями A и B необходимы дополнительные ограничения.

Бэр [2, стр. 186] установил сверхразрешимость конечной группы $G = AB$ с нормальными сверхразрешимыми подгруппами A и B при условии, что коммутант G' — нильпотентная подгруппа. Условие нильпотентности коммутанта А. Ф. Васильев и Т. И. Васильева [3, следствие 3] заменили требованием существования нильпотентной нормальной подгруппы W такой, что в G/W все силовские подгруппы абелевы. В работе Фризен [4] установлена сверхразрешимость конечной группы $G = AB$ при условии, что A и B — нормальные сверхразрешимые подгруппы взаимно простых индексов.

В этом направлении получены «p-аналоги» данных результатов. Доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть p — простое число, A и B — нормальные p-сверхразрешимые подгруппы конечной группы G и $G = AB$. Если существует p-нильпотентная нормальная подгруппа W такая, что в G/W все силовские подгруппы абелевы, то G p-сверхразрешима.*

Следствие 1. *Пусть p — простое число, A и B — нормальные p-сверхразрешимые подгруппы конечной группы G и $G = AB$. Если коммутант G' p-нильпотентен, то G p-сверхразрешима.*

Следствие 2. *Пусть p — простое число, A и B — нормальные p-сверхразрешимые подгруппы конечной группы G и $G = AB$. Если $(|G : A|, |G : B|) = 1$, то G p-сверхразрешима.*

Следствие 3. *Пусть p — простое число, A и B — нормальные p-сверхразрешимые подгруппы конечной группы G и $G = AB$. Если в $A \cap B$ силовская p-подгруппа циклическая, то G p-сверхразрешима.*

Следствие 4. *Пусть p — простое число, A и B — нормальные сверхразрешимые подгруппы конечной группы G и $G = AB$. Если A холлова, то G сверхразрешима.*

Из теоремы следуют также отмеченные выше результаты работ [2–4].

Литература

1. Монахов В. С. *Введение в теорию конечных групп и их классов.* Минск: Вышэйшая школа. 2006.

2. Baer R. *Classes of finite groups and their properties* // Illinois J. Math. 1957. Vol. 1. P. 115–187.

3. Васильев А. Ф., Васильева Т. И. *О конечных группах, у которых главные факторы являются простыми группами* // Известия высших учебных заведений. Математика. 1997. № 11 (426). С. 10–14.

4. Friesen D. *Products of normal supersolvable subgroups* // Proceedings of the American Mathematical Society. 1971. Vol. 30, № 1. P. 46–48.

5. Bray H. G., Deskins W. E., Johnson D., Humphreys J. F., Puttaswamaian B. M., Venzke P., Walls G. L., Weinstein M. *Between nilpotent and solvable.* Passaic: Polygonal Publ. House, 1982.